

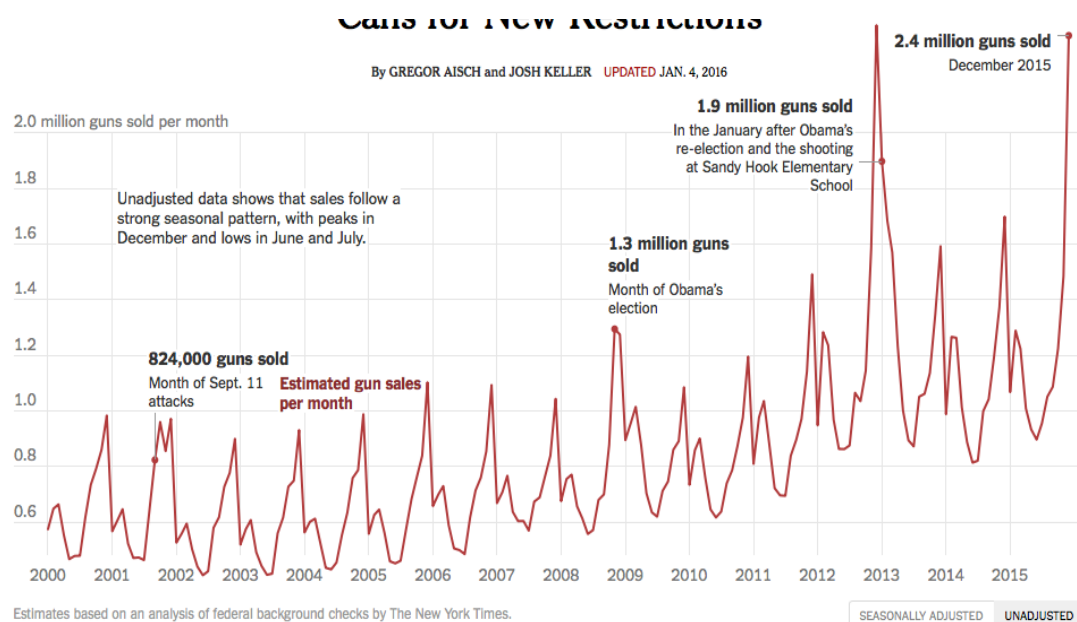
2016.1.14

計量経済モデルと時系列モデル

Random Walk Model について

米国における銃器販売(単位:百万丁)の推移(原系列値 **unadjusted original series**)

☆ 毎年, 同じような波形を反復 repeatedしながら(このような毎年同じようなパターンで繰り返される規則的変動を季節的変動 seasonal variationと呼ぶ), 長期的に変動している。
(チャートは NewYorkTimes 電子版から引用; グラフとは言わずに chart という言い方が普通です)



[Source] 'Gun Sales Soar After Obama: Calls for New Restrictions', By GREGOR AISCH and JOSH KELLER **UPDATED JAN. 4, 2016**, in New York Times, <http://www.nytimes.com/interactive/2015/12/10/us/gun-sales-terrorism-obama-restrictions.html>

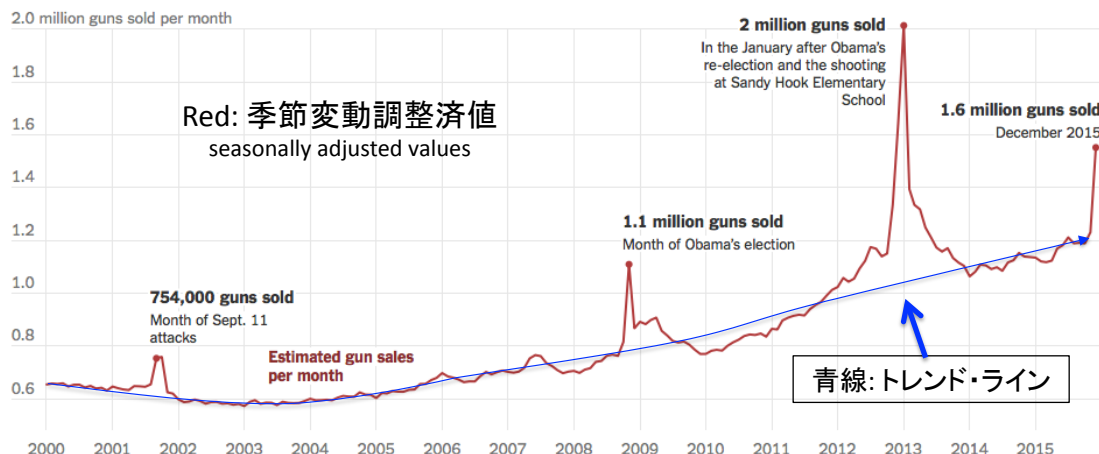
米国における 銃器販売(単位:百万丁)の推移(季節調整済値 seasonally adjusted series)

☆ 原系列値から季節的変動部分を統計的操作(季節調整という)によって取り除いた系列で、トレンド(中長期的趨勢)と temporary な非規則的・偶発的変動からなる系列と見なされる。

☆ 経済統計学的な時系列解析では、原系列の変動は

- (1)規則的な部分(トレンド, 中長期的循環波動, 季節的変動)と
- (2)temporaryな非規則的・偶発的変動, に分解されると考え, 解析が行われる。

By GREGOR AISCH and JOSH KELLER UPDATED JAN. 4, 2016



Estimates based on an analysis of federal background checks by The New York Times.

SEASONALLY ADJUSTED UNADJUSTED

[Source] 'Gun Sales Soar After Obama: Calls for New Restrictions', By GREGOR AISCH and JOSH KELLER UPDATED JAN. 4, 2016, in New York Times, <http://www.nytimes.com/interactive/2015/12/10/us/gun-sales-terrorism-obama-restrictions.html>

トレンドラインは yama_Ta が追加した。

3

変化率・変動率・増加率・増減率・伸び率・成長率・騰落率の計算方法と使い方の注意

変化前の値を A , 変化後の値を A' とする。増加分は $A' - A = \Delta A$ である。

(1) 変化倍率 と 変化率 の区別。

- ・ **変化倍率** は, 変化後の値 A' が変化前の値 A の 何倍の大きさになったかを測る指標(評価される値は変化後の値 A')。経営指標で「対前期比」という場合, これを指す場合が多い。
- ・ **変化率** は, 増加分が変化前の値と比べ, どれくらいの割合(通常は何%)であったかを示す指標(評価される値は 増加分 $A' - A = \Delta A$)。

◇ 「売上高は 対前期比で **75%増加し**, 4億円となった。」この表現は **変化率(増加率)** を示す表現。

「売上高は 対前期比の **75%で**, 4億円であった。」これは **変化倍率(増加倍率)** を示す表現。

・ 時折, 変な文章を見かけるので, 日本語の表現には, 十分注意しましょう。

- ・ 変化倍率是对数変換すると下のような引き算の式になるので, 統計解析ソフトでは対数変換操作を行って変化率を計算することが多い。また, 計量モデル式でも対数変換式で比率計算を記述することも多くあるので, 留意しておくこと。

$$\text{変化倍率} = \frac{A'}{A}$$

$$\text{変化率} = \frac{A' - A}{A} = \frac{A'}{A} - 1$$

$$\log\left(\frac{A'}{A}\right) = \log A' - \log A$$

10を底とした常用対数変換では次式で元の値に戻す

$$\text{増加倍率} = 10^{\log A' - \log A}$$

$$\text{増加率} = 10^{\log A' - \log A} - 1$$

(2) 変化率の利用で注意すべき点

- ・ 分母(変化前の値)が **ゼロ** の時には, 計算できない,
 - ・ 分母(変化前の値)が **マイナス** の時には, 解釈不能な数値となるので注意,
- 収支に関する値には, マイナスやゼロの数値が多く含まれるので, Excelや統計解析ソフトなどで計算する場合には, 特に注意する。IF else 構文を使って, 分母がゼロやマイナスになる場合には計算せずに欠損値(Excelの場合には空白 "" 指定)にする必要がある。
- なお, **ゼロ以下の値は対数変換できない**(そのような対数は定義として存在しない)

4

☆ R で変化率を計算する仕方:diff 関数を使う

[例題]

・ DATAの入力と一階の階差(次項 m+1 項の値から前項 m項の値を引いた値)の計算

```
> x=c(10,20,25,40,60); diffx=diff(x); x; diffx
```

```
[1] 10 20 25 40 60
```

```
[1] 10 5 15 20
```

・ 分母となる値の抽出

```
> x[1:length(x)-1]
```

```
[1] 10 20 25 40
```

・ 変化率の計算

```
> diffx/x[1:length(x)-1]
```

```
[1] 1.00 0.25 0.60 0.50
```

・ 常用対数変換で変化倍率・変化率を計算する

```
> logdiffx=diff(log10(x)); logdiffx
```

```
[1] 0.30103000 0.09691001 0.20411998 0.17609126
```

・ 常用対数の値を元の値に戻す

```
> 10^logdiffx # 変化倍率
```

```
[1] 2.00 1.25 1.60 1.50
```

```
> 10^logdiffx -1 # 1 を引いて変化率を計算
```

```
[1] 1.00 0.25 0.60 0.50
```

・ ネイピア数 e を底とする自然対数の場合は下記

```
> diff(log(x))
```

```
[1] 0.6931472 0.2231436 0.4700036 0.4054651
```

```
> exp(diff(log(x)))
```

```
[1] 2.00 1.25 1.60 1.50
```

```
> exp(diff(log(x)))-1
```

```
[1] 1.00 0.25 0.60 0.50
```

・ 自然対数 $\log$ naturalは $\ln()$, $\ln()$ と記される場合が多い; exp は exponent を示す

☆ if else 構文で分母がマイナスのケースを計算から除去するには下記のようにする(Rの場合には、欠損値missig dataは NA マークで記す; Excelの場合には空白セル "" にする)

```
> x=c(10,20,-5,40,60); diffx=diff(x); x; diffx
```

```
[1] 10 20 -5 40 60
```

```
[1] 10 -25 45 20
```

```
> x[1:length(x)-1]
```

```
[1] 10 20 -5 40
```

```
> ifelse(x[1:length(x)-1]>0,diff(x)/x[1:length(x)-1],NA)
```

```
[1] 1.00 -1.25 NA 0.50
```

5

EURO STOXX50 (ユーロ圏主要50社の平均株価指数1992年から直近まで)の分析

"stock2015.xlsx" の "EuroStoxx50" worksheetのDATAをコピーし Rに読み込む。

```
> euro=read.delim("clipboard") # Macの場合はread.delim(pipe("pbpaste"))
```

```
> price=euro$price; date=euro$date
```

```
> summary(price)
```

```
> plot(price, type="l", lwd=2,ylim=c(0,6000),main="Euro STOXX50:y1992-y2015", xlab="date")
```

x軸の値を指定していないので、自動的に左から 1, 2, 3,...の数値が代入される;なお plot(date, price, type="l") でも良い(x軸がdate表示になる)

☆ 対前日比の騰落率 Volatility の計算とグラフ化

・ 正規分布に比べ、中央の山が尖り、両裾が長く伸びていることが分かる。株価の変動は「ふだん」は正規分布よりも穏やかだが、突発的に大きく変動する(飛び跳ねる)ことを示している。様々な規制が目指していることは変動を正規化 normalization することだ。

```
> vola=diff(price)/price[1:length(price)-1]; plot(vola,type="l",col="red",ylim=c(-0.12,0.12),
```

```
xlab="date",ylab="Volatility"); summary(vola)
```

```
> abline(h=0); title(main="Volatility: Euro STOXX50, y1992-y2015")
```

```
> hist(vola,breaks=50,xlim=c(-0.12,0.12), main="Volatility: EURO STOXX50, y1992-y2015")
```

☆ 対数変換の手法で騰落率(Volatility)を計算すると

```
> difflogvola=diff(log10(price)); vola2=10^difflogvola -1; summary(vola2)
```

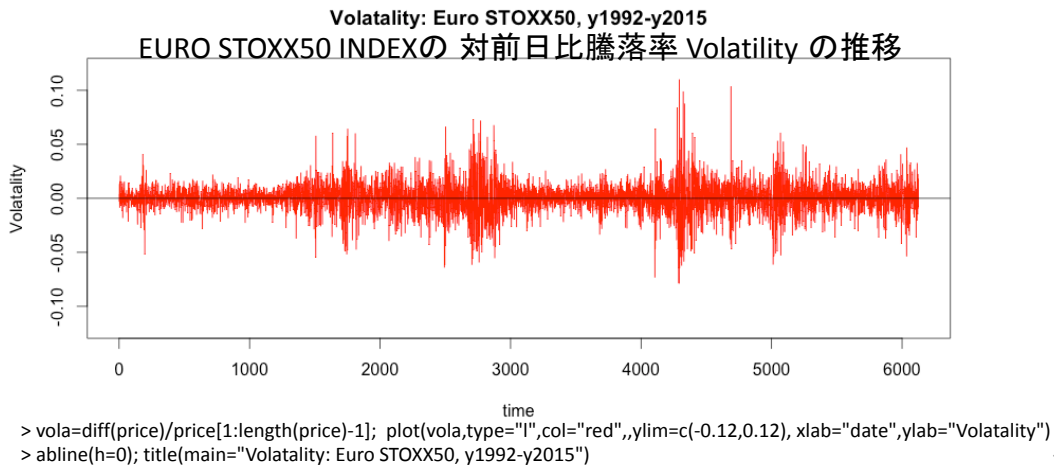
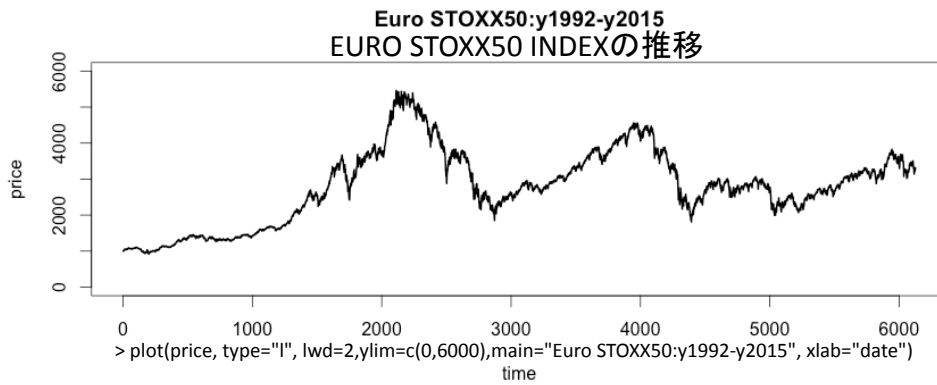
```
Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
```

```
-0.0788000 -0.0062470 0.0005319 0.0002904 0.0071450 0.1100000
```

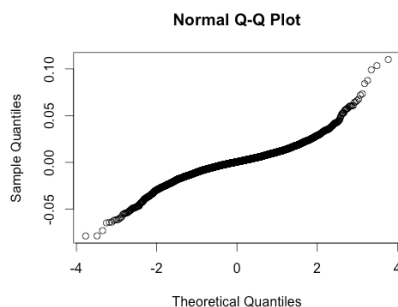
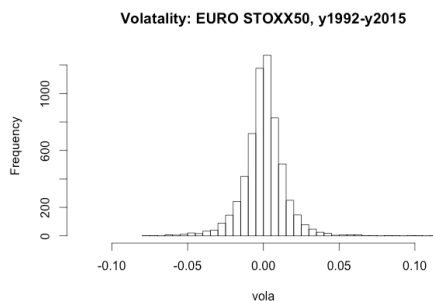
☆ 騰落率(Volatility)の値を標準化(Zスコア変換)する

```
> zvola=(vola-mean(vola))/sd(vola); summary(zvola); hist(zvola,breaks=50,xlim=c(-7,7),col="red",
main="Standardized Value (Z score) of Volatility \n EUROS TOXX50")
```

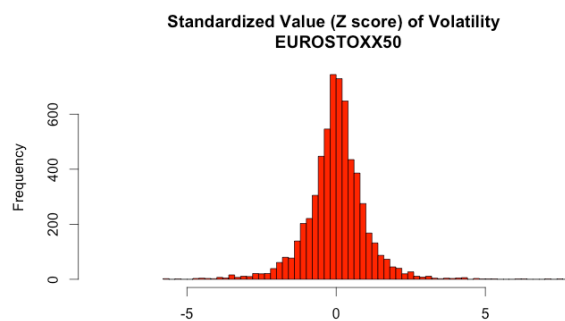
6



- ・ 正規分布に比べ、中央の山が尖り、両裾が長く伸びていることが分かる。株価の変動は「ふだん」は正規分布よりも穏やかだが、突発的に大きく変動する（飛び跳ねる）ことを示している。一般的に、経済量の変動は株価に限らず、同様な傾向が見られる。様々な制度的規制が目指していることは変動を正規化 normalization すること（平均値の管理と変動の正規分布化）であるが、逆に、投機家の目指すのは市場の不安定化（変動が不安定で大きいほど儲けの機会が増える）。で、彼らが世界の富の大半を握ってしまった。困った。



```
> hist(vola,breaks=50,xlim=c(-0.12,0.12), main="Volatility: EURO STOXX50, y1992-y2015")
> qqnorm(vola)
```



```
> zvola=(vola-mean(vola))/sd(vola); summary(zvola);
hist(zvola,breaks=50,xlim=c(-7,7),col="red", main="Standardized
Value (Z score) of Volatility \n EUROSTOXX50")
Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
-5.70600 -0.47160 0.01743 0.00000 0.49450 7.91600
```

正規分布の場合、Zスコア値が |4| を超えることはほぼ皆無（偏差値でいうと 10未満, 90より大）

尖度 Kurtosis カートーシス: 8.083239

正規分布の場合には、この値は、ほぼ 3 になる。

Excelの kurt() 関数で計算すると、この値から 3 を引いた値が返される（この場合には正規分布の場合の kurt値は、ほぼゼロ）。なお、R には、kurtosisを計算する関数は搭載されていない（追加パッケージの導入が必要）。

Volks Wagen 社の株価推移の分析

☆ DATAの読み込み: "stock.xlsx" の worksheet "volksWgen" のDATAをコピーしRに読み込む。

```
> wagen=read.delim(pipe("pbpaste"))
> wprice=wagen$price; wdate=wagen$date
> plot(wdate,wprice,type="l",lwd=3, main="VolksWgen: Stock Price, y1986-y2015")
```

☆ volatility騰落率の計算とグラフ化

```
> wvolatility = diff(wprice)/wprice[1:length(wprice)-1]
# 対数変換方式で計算すると wvola=10^(diff(log10(wprice)))-1; summary(wvola)
> summary(wvolatility)
      Min.      1st Qu.  Median    Mean  3rd Qu.    Max.
-0.1982000 -0.0107800  0.0000000  0.0004993  0.0119500  0.1969000
> plot(wvolatility, type="l", col="red",ylim=c(-0.2,0.2), xlab="date",main="Volks
Wagen Stock Volatility \n y1986-y2015"); abline(h=0)
```

```
> hist(wvolatility,breaks=80, xlim=c(-0.2,0.2), col="green")
> qqnorm(wvolatility)
```

☆ volatilityの値の標準化(zスコア変換)とグラフ化

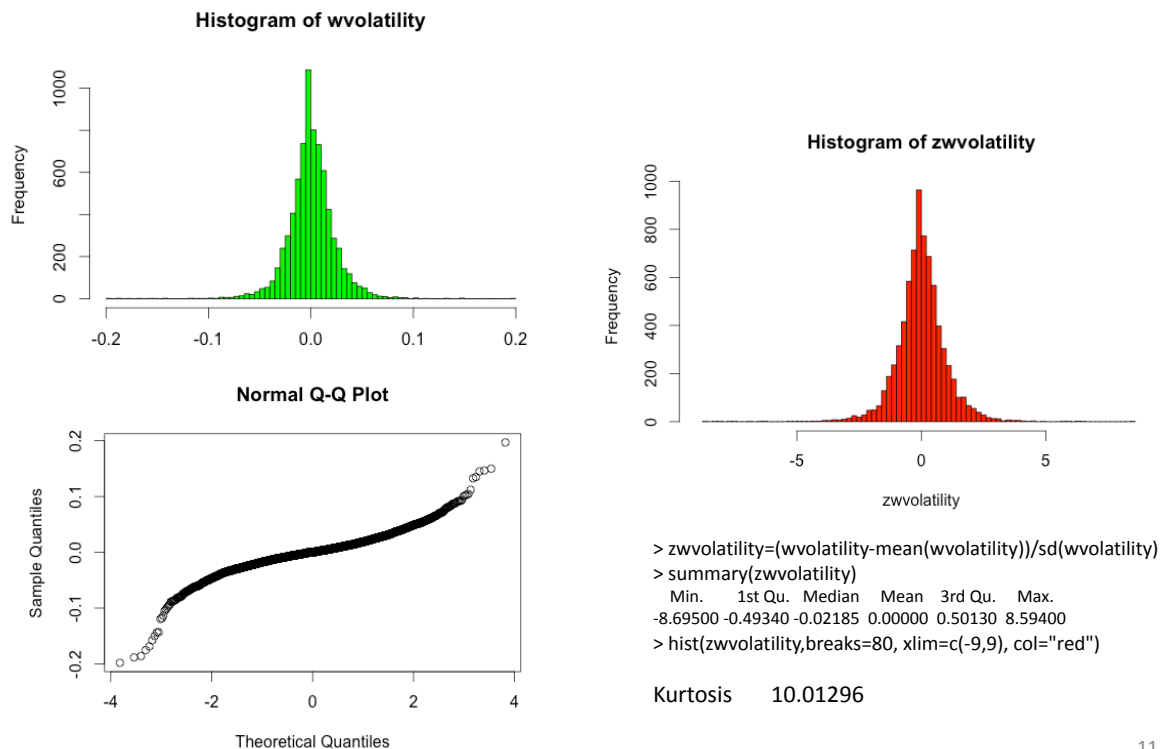
```
> zwvolatility=(wvolatility-mean(wvolatility))/sd(wvolatility)
> summary(zwvolatility)
      Min.      1st Qu.  Median    Mean  3rd Qu.    Max.
-8.695000 -0.493400 -0.021850  0.000000  0.501300  8.594000
> hist(zwvolatility,breaks=80, xlim=c(-9,9), col="red")
```

9



10

Volks Wagen 社の株価の Volatility 騰落率の分布



11

経済統計学的時系列モデルと計量経済学的時系列モデルの違いについて

☆ 経済統計学的時系列モデルの考え方:

- (1) 時系列的変動は 規則的変動と非規則的(攪乱的)変動から構成される。
 - ・ 原系列の変動=規則的変動+非規則的変動
 - ・ 規則的変動は傾向的変動(趨勢)と循環的変動に区別される。
 - ・ 循環的変動(=規則的周期の波動)は長期, 中期, 短期, 季節的, , に分解される。
- (2) 規則的変動が主変動で, それによって決定(≒説明)されない変動は「残差 residuals」としての変動であり, temporal な(その場限りのつかの間の)規定因による変動である。
- (3) モデル内では 副次的な位置付けを与えられる temporalな要因に基づく偶発的変動は, 局面・現況 current situation分析では, 分析の主対象となる(conjuncture分析)。
conjuncture: a combination of events
- (4) 原系列を O , トレンド変動を T , 景気循環を C , 季節変動を S とすれば, $O = f(T, C, S, I)$ というモデルができる。原系列 O から 統計技術的な操作で S 要因の変動を除去すれば季節調整済み系列値 **seasonally adjusted series** が得られ, 季節的要因に影響されないで経済量(例えば月額販売額)の動きを分析できる。さらに, T と I の要因による変動を除去すれば景気変動の分析ができる。
[参考] 加法モデル: $O = T + C + S + I$ 乗法モデル: $O = T * C * S * I$

☆ 計量経済学的時系列モデルの考え方: 計量経済学的モデルの特徴

- (1) 非規則的・攪乱的変動は「**確率変動**」であると考ええる。
- (2) 原系列の変動は **確率的変動を主要因**とし, それに付随して「規則的変動」が副次的要因として追加された変動であると考ええる。確率的変動部分は「**確率誤差項**」ではない。「規則的」とみられる変動は「制度的なシステム外的な要因」や「技術の未熟」によるものであり, 「排除」の対象となる。
- (3) 「規則的変動」は, **自己相関 autocorrelation・系列相関 serial correlation** として処理される。例えば, 季節的変動は月次データの場合, 12ヶ月前の値と「自己相関」と考える。これを12ヶ月前の**記憶 memory**を持つと言う。一期前の値(あるいは前の数期の平均値)と自己相関すればトレンドとなる。

12

Random Walk Model と “記憶を持つ系列”について

☆ 株価の時系列的変動は Random Walk と言われる。(正確には 株価の収益率, 当初価格からの変動率・騰落率, 日次データであれば対前日比変動率 がrandomWALKする; 一般に volatility という)

(1) randomWALK とは酔っ払いの千鳥足 drunkard's Walk を模した表現で酔っ払い drunken personが右に行ったり左に行ったり後ずさりしたり立ち止まったりしながら”不規則に”歩く様を示す。

(2) 過去から現在, 未来へと時間が一方向に進む時系列の場合には, 後ずさりや立ち止まりは考える必要がないので, Drunkerdはヨタヨタしながら左右(上下)か直進の方向に進むと考える。

(時間の流れる速さは等速を仮定する必要はない; 一般に通常時はゆっくりと, 危機の時には速度を上げながら時間は流れていくと考えます; 時間の速度は一定の等速で進む時計的時間内に生起するイベント数で表されます; あるeventと次のeventの間を一単位時間と考えます; eventの少ない年寄りの時間はゆっくりと流れ, eventの多い若者の時間は速く進む; 20歳の若者の一年間は60歳の年寄りの三年間以上に相当する; 物理では社会科学で”危機的局面critical phase”と呼ぶものを”臨界現象 critical phenomenon”, 臨界状態と呼ぶ)。

(3) 経済量は, 下振れ, 上振れといった変動・イベント eventを randomに繰り返しながら, 個々の偶発的な eventの累積として作られ過去から現在・未来へと直進方向に進んで行くという考えに基づいて構築されるのが randomWALK Modelである。

(4) ここで randomとは, 右にズれるか左にズれるかは, “コイン投げ”で「裏が出る」か「表が出る」かと同様, 全く randomだということである。表が出るか裏が出るかの確率は決まっていますが, 表が立て続けに出たからといって, 次に裏が出る確率が高まるわけではない(これを一回一回のコイン投げの試行 eventは独立していると言う; event間の独立性仮定と言う)。

(5) 例えば, 一連の”コイン投げ”が十二回前の結果を記憶しており, 十二回前の結果を反復する確率が(十二回前の結果との相関関係が)非常に高い場合, このコイン投げの系列は基本的にrandomであるが 記憶を持っている系列(自己相関を含む系列)と言う(例: 季節的変動を持つ系列)。



13

Random Walk Model (続き)

☆ 例えば, 時間経過とともに 点がX-Y座標上を移動するとし, 次の事項を仮定する,

- ・ start Line の位置を (0, 0),
- ・ 1時間単位 (1STEP)ごとに X軸方向に1単位進む,
- ・ m を Y軸方向に m進む(+ は上方向, - は下方向)とすれば,

n STEP後の点の位置は (n, $\Sigma(m)$)となる。

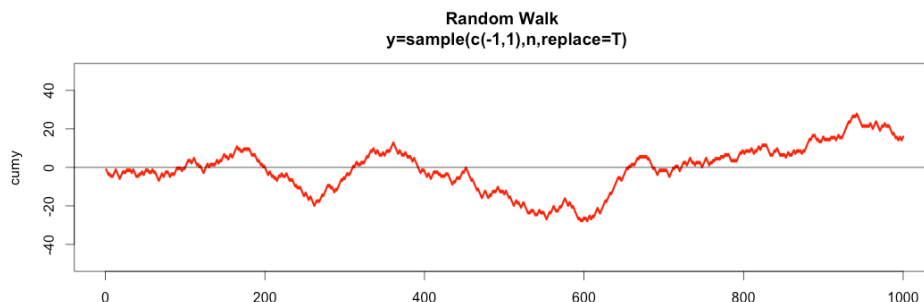
☆ いま, 変数 mの値を

- ・ 下(右)方向にズれるとき -1,
- ・ 上(左)方向にズれるとき +1 とすれば,

例えば, 右表のような結果を得る。

STEP(X)	m	Y軸上の位置 Σm
1	1	1
2	-1	0
3	-1	-1
4	-1	-2
5	1	-1
合計	-1	

☆ このような simulationをRを使って 1000STEP実行し, グラフにプロットしたのが下記のチャートです。どこかで見たことがあるような波形をしていませんか。



```
> n=1000; x=c(1:n); y=sample(c(-1,1),n,replace=T); cumy=cumsum(y); plot(x,cumy, type="l", col="red", lwd=3, ylim=c(-n/20,n/20)); abline(h=0); title(main="Random Walk \n y=sample(c(-1,1),n,replace=T)")
```

14

Random Walk Simulation

ここでは、下(右)に進むを -1, 上(左)に進むを +1, まっすぐ進むを0ゼロとすれば;

☆ 上記の規則で n 歩進んだとき、その歩行の軌跡はどうなるか？

```
> n=500; x=c(1:n); y=sample(c(-1,0,1),n,replace=T); cumy=cumsum(y); plot(x,cumy,
type="l", col="red", lwd=3, ylim=c(-n/2,n/2)); abline(h=0); title(main="Random Walk");
data=cbind(x,y,cumy); data=as.data.frame(data); data[0:5,]
# sample(c(-1,0,1),n,replace=T) は(-1,0,1)から n 個の sampleを復元抽出で抜き取る。
plot() command内の col="red" lineの色指定, lwd=2 はlineの線の太さ(2はデフォルト値の2倍の太さ), ylim=c(-
n/2,n/2)) はY軸の最小値と最大値の指定
```

☆ シミュレーションを繰り返し、randomWALKの結果を上で作成したグラフに追加する(上矢印キーを使い上記コマンドを呼び出し、不必要な部分(青色の部分)を消去し、plotコマンドを pointsコマンドに書き換える)

```
> n=500; x=c(1:n); y=sample(c(-1,0,1),n,replace=T); cumy=cumsum(y);
points(x,cumy, type="l", col="red", lwd=3)
```

☆ 上矢印キーを押し上記コマンドを何回か実行してみる。

☆ 上で作成したデータの書き出しは、`> write.csv(data,"randomwalk2.csv",row.names=F)`

◇ なお、上のcommand中の `y=sample(c(-1,0,1),n,replace=T)` を `y=sample(c(-1,0,1,1),n,replace=T)` とすれば randomWALKの軌跡は右肩上がり基調になる。

[予備知識] sample() commandについて

◆ 非復元抽出

```
> sample(c(-1,0,1),1) # [1] 1
```

◆ 復元抽出

```
> sample(c(-1,0,1),5, replace=TRUE) # [1] 0 -1 1 0 -1
```

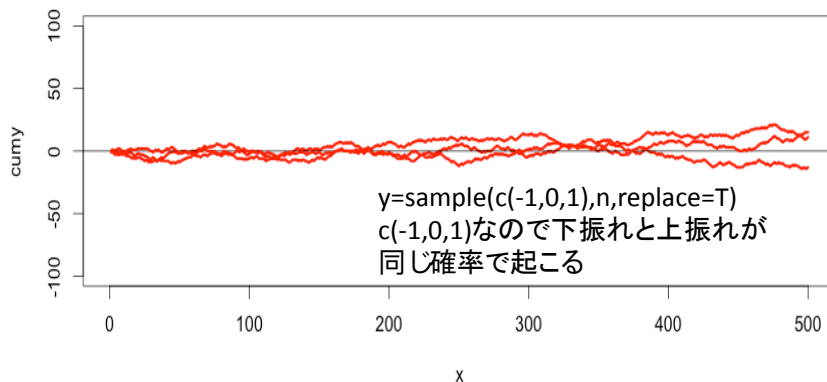
sample.int(length(x), size, replace, prob) でエラー:

'replace = FALSE' なので、母集団以上の大きさの標本は取ることができません

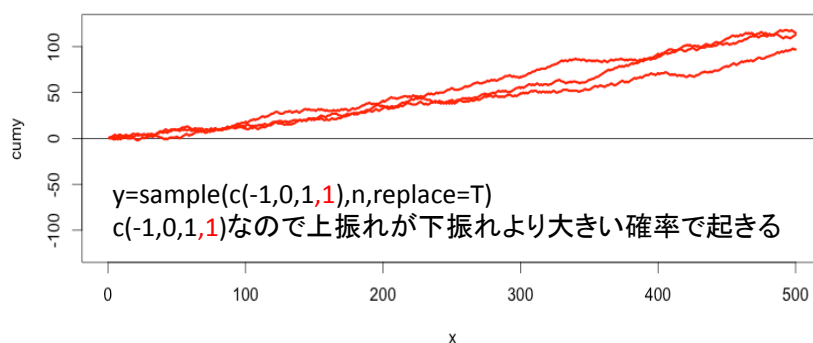
15

Random Walk Simulation

Random Walk
`y=sample(c(-1,0,1),n,replace=T)`



Random Walk
`y=sample(c(-1,0,1,1),n,replace=T)`



16

RandomWalk のゴール地点の分布

☆ randomWALK の n STEP後の Goal地点 (Yの値)の分布は どうか？

- 例えば, `sample(c(-1,1),n,replace=T)` の randomWALKであれば, 上振れと下振れが等確率 (= 1/2)で起きるので n STEP後の Goal地点はゼロ地点 (Y=0)に多く集まるだろう。確率論的に計算すれば, Goal地点の期待値は, $n \cdot E(Y) = n \cdot \sum (y_i \cdot \Pr(y_i)) = n \cdot \{(-1) \cdot (1/2) + (1) \cdot (1/2)\} = 0$ となる。また, `sample(c(-1,1,1),n,replace=T)` であれば, 下振れの確率が (1/3), 上振れの確率が (2/3) なので, one stepごとに(1/3)だけ上方に移動していくことが期待されるだろう。
 $n \cdot E(Y) = n \cdot \{(-1) \cdot (1/3) + (1) \cdot (2/3)\} = n \cdot (1/3)$ となろう。
- 問題は, **Goal地点が この期待Goal地点を中心にどのように分布するか**ということである。

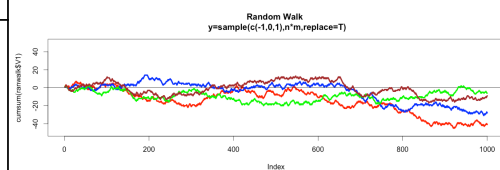
☆ n STEP後の Goal地点の分布のsimulation: 1は上(左), -1は下(右), 0は横へ真っ直ぐ(直進)とする。

そこで Rを使って STEP(n = 1000)のrandomWALKを5000回行う simulationを実行し, Goal地点の分布を見てみよう(次スライド参照)。下左表のようなDATAを生成して, simulationを行う。

下右図は4回の simulation結果をプロットした結果)。

歩数	試行 trial									
	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
1	0	0	0	-1	-1	0	1	0	-1	1
2	-1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
3	-1	-1	-1	-1	0	-1	-1	1	1	0
4	1	0	0	0	0	0	-1	-1	1	0
5	0	1	-1	0	-1	-1	-1	0	1	1
累積合計	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
到達点	-1	0	-1	-2	-2	-1	-2	1	3	2

到達点の位置(出発点と同じ0, -2は右方向に2, 3は左方向に3を意味する)



17

RandomWalk のゴール地点の分布 (Simulation)

> n=1000; m=5000;

```
ranwalk=as.data.frame(matrix(sample(c(-1,0,1),n*m,replace=T),ncol=m));
ranwalk[0:3,0:5]; goal=colSums(ranwalk); goal[1:5]; hist(goal,breaks=50,
xlim=c(-100,100),col="red",main="Histogram of Goal \n sample(c(-1,0,1));
mean(goal); sd(goal)
```

V1 V2 V3 V4 V5 # ranwalk のデータの生成 (3行5列だけを表示)。シミュレーションごとにこの値は変化する。

1 1 1 1 -1 -1

2 1 0 1 1 -1

3 1 0 0 -1 1

V1 V2 V3 V4 V5 # Goal地点の分布 (上の表の列合計値が Goal地点となる)

-41 -28 -6 -22 21

[1] 0.1202 [1] 26.22389

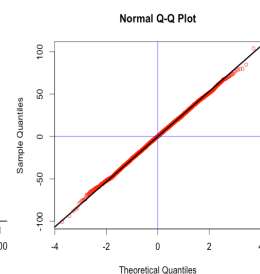
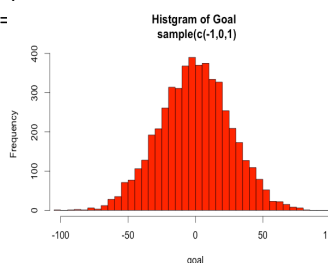
```
> qqnorm(goal,col="red",cex=0.8); qqline(goal,lwd=3); abline(h=0, col="blue");
abline(v=0, col="blue")
```

```
> plot(cumsum(ranwalk$V1),type="l",col="red",lwd=4,ylim=c(-50,50),main="Random Walk \n
y=sample(c(-1,0,1), n*m, replace=T)"); abline(h=0)
> points(cumsum(ranwalk$V2),type="l",col="blue",lwd=4)
> points(cumsum(ranwalk$V3),type="l",col="green",lwd=4)
```

◇ 右の histogram 及び normalQ-Q Plot
に見られるように, 期待Goal地点を中心に
正規分布していることがわかる。

・ normalQ-Q Plot: 正規分布の場合, 対角線上に
点が分布する

☆ 現実の経済変動は, EuroSTOXX50の分布で見たように
普段はより穏やかに, しかし時折 激しく変動することが知ら
れています。で, どうするか？



18

ランダムウォーク Random WALK と 効率的市場仮説

- ☆ 効率的市場仮説 efficient market hypothesis; l'hypothèse d'efficacité informationnelle d'un marché(または合理的市場仮説)によれば、「ある時点における株価(賃金を含めたモノの価格)はその株式(モノ)に関連する**すべての情報を常に既に 織り込んで**決められている」とする仮説で、この仮説が「真」だとすれば、株価は常に既に適切な価格に決められており、市場参加者の誰もが「合理的に」予測可能なものである。しかしそうだとすれば、、、、。
- 下記のファーマの記念碑的な論文を参照(配布フォルダーに電子版を収めてます;内容は濃いけど読みやすいので、是非、春休み中に読んでみてください)。

"Random Walks in Stock Market Prices", by Eugene F. Fama,

in *Financial Analysts Journal* Vol. 21, No.5, 1965, p.56

An "efficient" market is defined as a market where there are large numbers of rational, profit-maximizers actively competing, with each trying to predict future market values of individual securities, and where important current information is almost freely available to all participants. In an efficient market, competition among the many intelligent participants leads to a situation where, at any point in time, actual prices of individual securities already reflect the effects of information based both on events that have already occurred and on events which, as of now, the market expects to take place in the future. In other words, in an efficient market at any point in time the actual price of a security will be a good estimate of its intrinsic value.

Now in an uncertain world the intrinsic value of a security can never be determined exactly. Thus there is always room for disagreement among market participants concerning just what the intrinsic value of an individual security is, and such disagreement will give rise to discrepancies between actual prices and intrinsic values. In an efficient market, however, the actions of the many competing participants should cause the actual price of a security to wander randomly about its intrinsic value. If the discrepancies between actual prices and intrinsic values are systematic rather than random in nature, then knowledge of this should help intelligent market participants to better predict the path by which actual prices will move towards intrinsic values. When the many intelligent traders attempt to take advantage of this knowledge, however, they will tend to neutralize such systematic behavior in price series. Although uncertainty concerning intrinsic values will remain, actual prices of securities will wander randomly about their intrinsic values. (to be continued)